

## МНОГОФАКТОРНАЯ ИМИТАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ОБСЛУЖИВАНИЯ ПОДВИЖНЫХ АБОНЕНТОВ В МОБИЛЬНЫХ СИСТЕМАХ СВЯЗИ

*Д.А. Резинин, аспирант МТУСИ, mexxess@gmail.com;*  
*А.О. Шорин, аспирант МТУСИ, as@nirit.org*

УДК 621.391

**Аннотация.** Рассмотрен круг задач, возникающих при создании имитационной модели работы абонентов в сотовой сети. Для моделирования работы абонентов в выделенной соте сети мобильных абонентов предложена модификация технологии сетей Петри, которая состоит в том, что самые динамичные процессы, связанные с потоками входа/выхода абонентов в/из соты, моделировались путем точной имитации с использованием привязываемых к фишкам полей «точных» моментов входа/выхода.

**Ключевые слова:** имитационная модель, абоненты, сота, сеть сотовой связи, сети Петри, пуассоновский поток.

## MULTI-FACTOR SIMULATION OF MOBILE SUBSCRIBER SERVICE IN MOBILE COMMUNICATION SYSTEMS

*Daniel Rezinin, graduate student MTUCI;*  
*Alexander Shorin, graduate student MTUCI*

**Annotation.** A scope of issues is considered that are to be addressed while creating a simulation model of subscribers communicating in a cellular network. To simulate the operation of subscribers in a separate cell of the mobile network a modification of the Petri-network technology is proposed that is based on the principle where the most dynamic processes related to the streams of subscribers entering/leaving the cell were modelled by way of an accurate simulation using the fields of «exact» moments of entering/leaving that are bound to the tokens.

**Keywords:** simulation model, subscribers, cell, cellular network, Petri networks, poissonian stream.

При создании имитационной модели работы абонентов в сети сотовой связи возникает довольно обширный круг задач, относящихся к различным областям. Значительная их часть относится к разработке адекватных вероятностно-статистических методов генерации состояний и переходов. Другая – к программному формированию статистик заданных законов и сбору результатов.

Модель как таковую, составляют алгоритм и программа моделирования процессов появления в зоне ухода из соты мобильных абонентов, периодического занятия ресурсов связи, поддерживаемых сотой, а также возможного попадания в область «радиотени», вследствие чего может происходить преждевременный разрыв с потерей радиосоединений.

Поскольку состояния отдельного абонента сотовой сети, находящегося в зоне обслуживания рассматриваемой соты, составляют конечное множество  $\{P_i\}, i = 0, 1, \dots, N - 1$ , на котором задан направленный граф допустимых переходов  $\{T_{ij}\}, i, j \in [0, 1, \dots, N - 1]$ , то для описания динамического поведения абонентов в соте можно воспользоваться математическим аппаратом сетей Петри [1].

Но непосредственному применению указанного аппарата мешает одно технологическое обстоятельство. Оно состоит в том, что процессы, связанные с описанием поведения абонента, имеют значительно различающиеся скорости. Установка устойчивых состояний по разным характеристикам происходит за интервалы времени, различающиеся на несколько порядков. Это значительно усложняет процесс моделирования. Попытка выделить элементарный квант времени, ориентируясь на самый быстрый процесс (поток входящих

абонентов в зону ~ 10-30 единиц/с), приводит к огромным выборкам, необходимым для сбора представительных данных о статистических параметрах медленных процессов («дыхание» количества абонентов в соте, определяемое средним временем пребывания отдельного абонента в ней ~ (1-2) \* 1000 секунд для пешего потока в макросоте).

На рис. 1 показан процесс появления отдельного абонента в соте, возможные акты занятия/освобождения им канала связи, попадание в зону «радиотени» с потерей соединения и, наконец, выход из зоны соты.

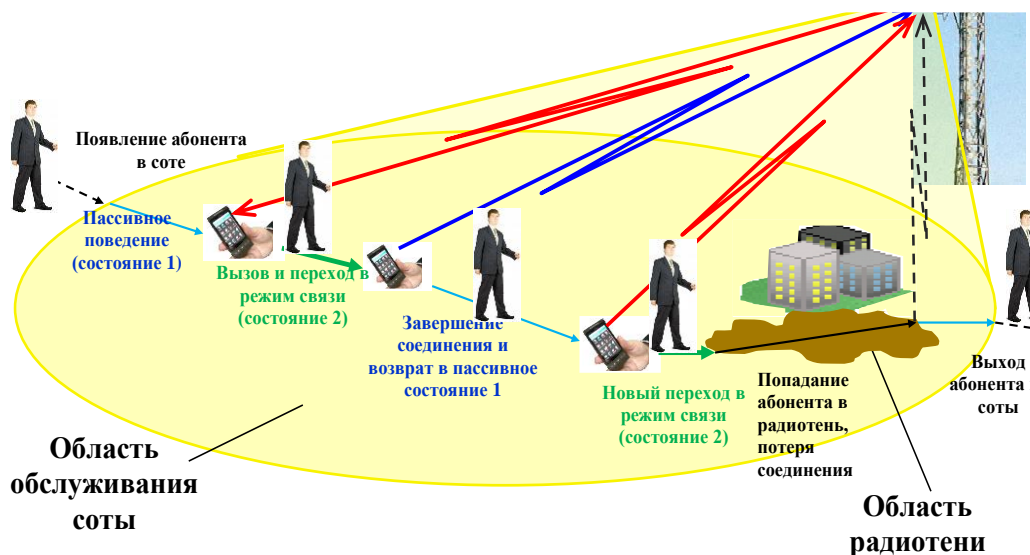


Рисунок 1.

На уровне предлагаемой детализации модели состояния отдельного абонента могут быть такими:

- 1) абонент вне соты (состояние «0»);
- 2) абонент входит в зону сервирования соты (состояние «1»);
- 3) абонент устанавливает соединение в данной соте (состояние «2»);
- 4) абонент попадает в зону «радиотени» и теряет активное соединение, после чего канал еще какое-то время остается закрепленным за данным абонентом. Этот период будем называть состоянием «3»;

5) в период, пока потерянный в зоне «радиотени» канал еще не возвращен в число доступных для использования, абонент, связанный с ним, может выйти из соты. Состояние с момента выхода абонента до момента освобождения потерянного канала, будем называть состоянием «4». Фактически, состояние «4» выделяется из состояния «3» по признаку того, что абонент, поддерживающий потерянное соединение уже вышел из соты.

На рис. 2 показан граф возможных переходов между состояниями абонента. Только состояние «4» связано с абонентом не непосредственно, а опосредованно, так как фактически в нем сам абонент уже отсутствует в соте, а остается только не освобожденный от его соединения канал.

Каждый из возможных переходов на конечном интервале времени происходит с некоторой вероятностью. Для моделирования подобных процессов используется довольно очевидная техника с «сетей Петри». Она состоит в том, что в программе создается довольно объемный массив, каждый элемент которого называют «фишкой сети Петри».

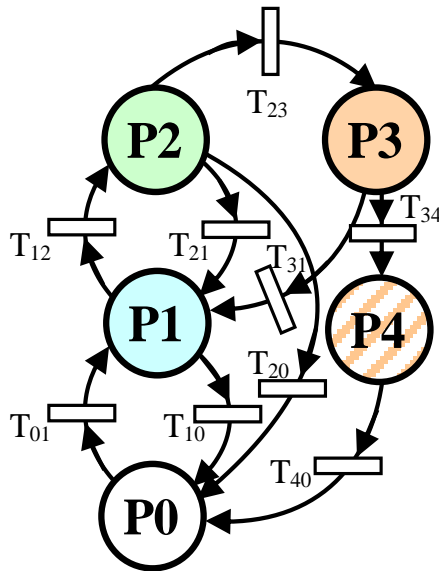


Рисунок 2.

Все фишки первоначально считают находящимися в состоянии «0». (Хотя возможно задавать и некоторое начальное распределение состояний.) Каждому элементу массива приписывают ряд параметров:

- 1) само текущее состояние;
- 2) сопутствующие ему характеристики (например, момент перехода фишки в данное состояние, длительность пребывания в нем или момент выхода из него, из какого состояния осуществился вход, в какое состояние выполнится выход и так далее).

Таким образом, применение техники сетей Петри предполагает имитацию поведения отдельных абонентов в сети путем определения статистических моделей для вероятностей переходов между состояниями, показанными на рис. 2, и моделирование динамического распределения фишек, каждая из которых представляет поведение отдельного абонента, пока он находится в сети. Снимая необходимые статистические характеристики фишек, мы получим интересующие нас показатели работы сети.

В программе фишки «сети Петри» можно организовать как массив, например:

```
Chip: array[1..1000000] of TChip.
```

Нужно только выбрать достаточный размер такого массива. В примере он составляет 1000000, то есть, при моделировании предельно допустимым будет появление до  $10^6$  «абонентов» в сети. Кавычки применены потому, что некоторое количество фишек может быть занято состоянием «4», когда самого абонента уже нет в сети.

Структура отдельной фишки должна соответствовать структуре состояний, показанной на рис. 2. Конкретно для принятого примера подходит структура вида:

```
tChip = record
st :word;
t0: double;
t1: double;
Npr: integer;
pr :array[1..12] of tp;
end;
```

Здесь параметр *st* – содержит состояние фишки («0»-«4») либо на момент начала очередного элементарного такта моделирования, либо на конец (в зависимости от позиции записи в теле цикла), параметр *t0* – момент перехода фишки в состояние «1», что соответствует появлению в соте «связываемого» с ней абонента (отсчитывается от момента начала моделирования), параметр *t1* – момент перехода фишки в состояние «0», или выхода абонента из соты (в отдельных ситуациях – это момент перехода из состояния «4» в состояние «0»), что соответствует восстановлению занятого канала, который потерял вышедший из зоны абонент), *Npr* – число смен состояний фишки, которое наблюдается на текущем элементарном интервале моделирования, *pr: array[1..12]* *oftr* – массив параметров, описывающий смены состояний на текущем элементарном интервале моделирования. В примере максимальное число смен состояний на такте ограничено 12-ю, но можно использовать большее значение. Параметры указанных смен задаются структурой:

```
tr = record
  pr: word;
  t: double;
end;
```

Здесь переход описывается переменной *pr*, формата *Word*. В ней указывается из какого состояния в какое он происходит. Первая цифра задает исходное состояние, а вторая – достигаемое. Второй параметр в структуре задает момент возникновения такого перехода (отсчитывается от момента начала моделирования).

Приведенный пример фактически устанавливает базовую структуру, позволяющую проводить моделирование поведения абонентов в соте на основе расширенного варианта технологии аппарата сетей Петри. Все остальные детали моделирования будут содержаться в функциях расчета, связываемых с «фишками», и методами статистической обработки информации.

Чем короче тактовый интервал моделирования, тем проще функции обработки состояний на нем. В классическом варианте аппарата сетей Петри допустимым является только единственное изменение состояния фишки на такте и, следовательно, этот такт должен быть существенно меньше характерного времени изменения любого из процессов, описывающих поведение фишек. Но для сети сотовой связи, в силу указанного выше условия сильного различия скоростей протекания различных процессов, моделирование с дискретным шагом много меньшим, чем характерные интервалы изменения самого быстрого процесса, приводят к недопустимо высоким вычислительным затратам и непомерно увеличивают временные затраты по сбору представительных статистических данных.

Для сокращения вычислительных затрат, автором было предложено пойти на усложнение функций описания внутренних состояний фишек и перейти на использование достаточно большого дискретного шага моделирования: в 25-50 раз больше, чем среднее время, необходимое для появления нового абонента в зоне обслуживания соты. Указанный процесс является самым быстрым среди других процессов, описывающих состояние абонентов в выбранной системе представления. Такой подход позволяет избежать «излишнего» измельчения в дискретизации и примерно в те же 25-50 раз сократить вычислительные затраты, а, следовательно, и время, необходимое на сбор представительной статистики. Но алгоритм и сама программа при этом значительно усложняются.

Действительно, для того чтобы указанный увеличенный шаг дискретизации не привел к искажению модели поведения абонентов, нужно адекватным образом развить алгоритм описания состояния (поведения) абонентов внутри каждого шага дискретизации.

Для потока входящих в соту абонентов принятый подход требует формировать дробные значения, привязываемые к «фишке», описывающей состояния, которые будут указывать момент появления в соте, отсчитанный от начала текущего шага моделирования.

Значительного усложнения вычислительных процедур при этом удастся избежать на том основании, что число появившихся абонентов на такте и распределение моментов их появлений можно сформировать независимо. Доказательство этого факта состоит в том, что условное распределение точек однородного пуассоновского потока на отрезке, при условии заданного их числа, является равномерным. Значение числа точек можно сформировать с использованием заранее рассчитанной функции интегрального распределения Пуассона:

$$F(n) = e^{-\lambda^M T} \sum_{i=0}^n \frac{(\lambda^M T)^i}{i!}, \quad (1)$$

где,

$\lambda^M$  – интенсивность потока входящих в соту абонентов и, сформированного случайно, равномерно распределенного на интервале  $[0;1)$  числа  $\xi$ , путем нахождения  $n$ , удовлетворяющего условию:

$$F(n-1) < \xi \leq F(n) \quad (2)$$

Уравнение (2) легко разрешается с помощью метода половинного деления, что приводит к очень незначительным вычислительным затратам. Покажем теперь, что условное распределение точек пуассоновского потока на интервале  $W(t_1, \dots, t_n | n)$  является равномерным. Для этого, сначала запишем выражение для совместной плотности вероятности наблюдения  $n$  точек пуассоновского потока в моменты  $t_1, \dots, t_n$  на интервале  $[0; T)$ .

$$W(t_1, \dots, t_n) = e^{-\lambda^M t_1} \lambda^M \cdot e^{-\lambda^M (t_2 - t_1)} \lambda^M \cdot \dots \cdot e^{-\lambda^M (t_n - t_{n-1})} \lambda^M \cdot e^{-\lambda^M (T - t_n)} = \lambda^{Mn} e^{-\lambda^M T}. \quad (3)$$

Соотношение (3) получено на основе базовой формулы, определяющей вероятность появления точки в момент  $t_i$ , как вероятность появления 2-х независимых событий:

- 1) отсутствия точек на интервале  $(t_{i-1}, t_i)$ , вероятность которого  $e^{-\lambda^M (t_2 - t_1)}$ ;
- 2) возникновение точки в дельта-окрестности точки  $t_i$ , вероятность которого  $\lambda^M dt$ .

Кроме того, нужно учесть в общем соотношении и вероятности того, что точек не должно наблюдаться в начале – на интервале  $[0, t_1)$  и в конце временного отрезка – на интервале  $(t_n, T]$ . В результате приходим к (3).

Формула вероятности наблюдения  $n$  точек Пуассоновского потока на интервале хорошо известна [2]:

$$P(n) = e^{-\lambda^M T} \frac{(\lambda^M T)^n}{n!}. \quad (4)$$

Используя (3) и (4) без труда находим условную плотность:

$$W(t_1, \dots, t_n | n) = \frac{W(t_1, \dots, t_n)}{P(n)} = \frac{n!}{T^n}. \quad (5)$$

Как можно увидеть (5) не зависит от позиций расположения точек пуассоновского потока. Следовательно, их позиции распределены равномерно. Значение (5) определяет обратное значение от объема  $n$  – мерной пирамиды, задаваемой условием упорядоченности точек координат  $0 \leq t_1 \leq t_2 \leq \dots \leq t_n \leq T$ .

Отсюда следует, что при моделировании для каждого из  $n$  абонентов, появившихся в соте на текущем шаге моделирования, момент появления можно формировать с помощью генерации случайного, равномерно распределенного на интервале  $[0, T)$  числа.

Таким образом, процесс формирования потока новых абонентов алгоритмически усложнился, но в вычислительном плане он остался достаточно экономным. Относительно

варианта с «мелким» шагом дискретизации, он позволил сократить вычислительные затраты в разы, так как позволил избежать многократных формирований случайных значений, результаты обработки которых только и показывают факт отсутствия появления новых абонентов на текущем «мелком» такте.

Точность его уже не связана с размером дискретного шага моделирования, так как в параметры, связанные с фишкой, введены моменты возникновения переходов. Классический подход аппарата сетей Петри сохранен только для процессов со средней и низкой скоростями изменения (установление/завершение соединений, потеря/восстановление каналов при попадании активных абонентов в зону «радиотени»). Да и для этих процессов можно обеспечить повышенную точность измерений путем введения параметров моментов их возникновения/завершения, но только в условиях ограниченного увеличения такта моделирования до размеров соизмеримых с характерным временем их изменения. Действительно, если такт выбрать заметно больше указанных характерных интервалов, то число смен состояний станет значительным, и все преимущества, связанные с подходом сетей Петри, пропадут. Придется воспроизводить поведение абонентов по полной имитационной форме. Поэтому автор ограничился размерами тактового интервала моделирования в пределах до 5 секунд моделируемых интервалов, на которых длинные цепочки переходов (более трех смен практически не наблюдались). Алгоритм в таких условиях хоть и был разветвленным, но имел низкие вычислительные затраты на такте (соизмеримые с вариантом традиционной сети Петри). При увеличении такта за пределы 5 секундного моделируемого интервала, соответствующего такту, доля цепочек с большим числом переходов заметно увеличивалась (хоть и оставалась в подавляющем большинстве случаев меньше 7), но общее время работы программы начинало возрастать. Положительный эффект от предложенной модификации аппарата сетей Петри начинал сокращаться. Наилучшие показатели достигались для значений 2-х секундного отрезка моделирования, соответствующего такту, превышая в 50-75 раз по скорости расчета программу с алгоритмом традиционной сети Петри.

На основе разработанной модифицированной методики сетей Петри была написана программа моделирования работы соты. С ее помощью за два рабочих дня были рассчитаны вероятности возникновения перегрузок для различных типов сот в зависимости от уровня средней суммарной нагрузки, производимой абонентами. Результаты представлены на рис. 3, где были использованы обозначения:

$$\rho^M = \frac{\lambda^M}{\mu^M} - \text{среднее ожидаемое число абонентов в соте};$$
$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} - \text{средняя нагрузка, приходящаяся на одного абонента}.$$

Поэтому величина  $\rho^M * \rho$ , отложенная по оси X, определяет среднюю ожидаемую суммарную нагрузку соты.

Максимальное число логических каналов, поддерживаемых в соте, во всех случаях предполагалось равным 120. Что в условиях режима NR предполагает восемь рабочих частот. Также для сопоставления на рис. 3 показана зависимость перегрузок, рассчитанная для закона «Эрланг В». Видно, что размер соты влияет на рабочие характеристики и для реальных условий перегрузки будут всегда меньше, чем дает закон Эрланга.

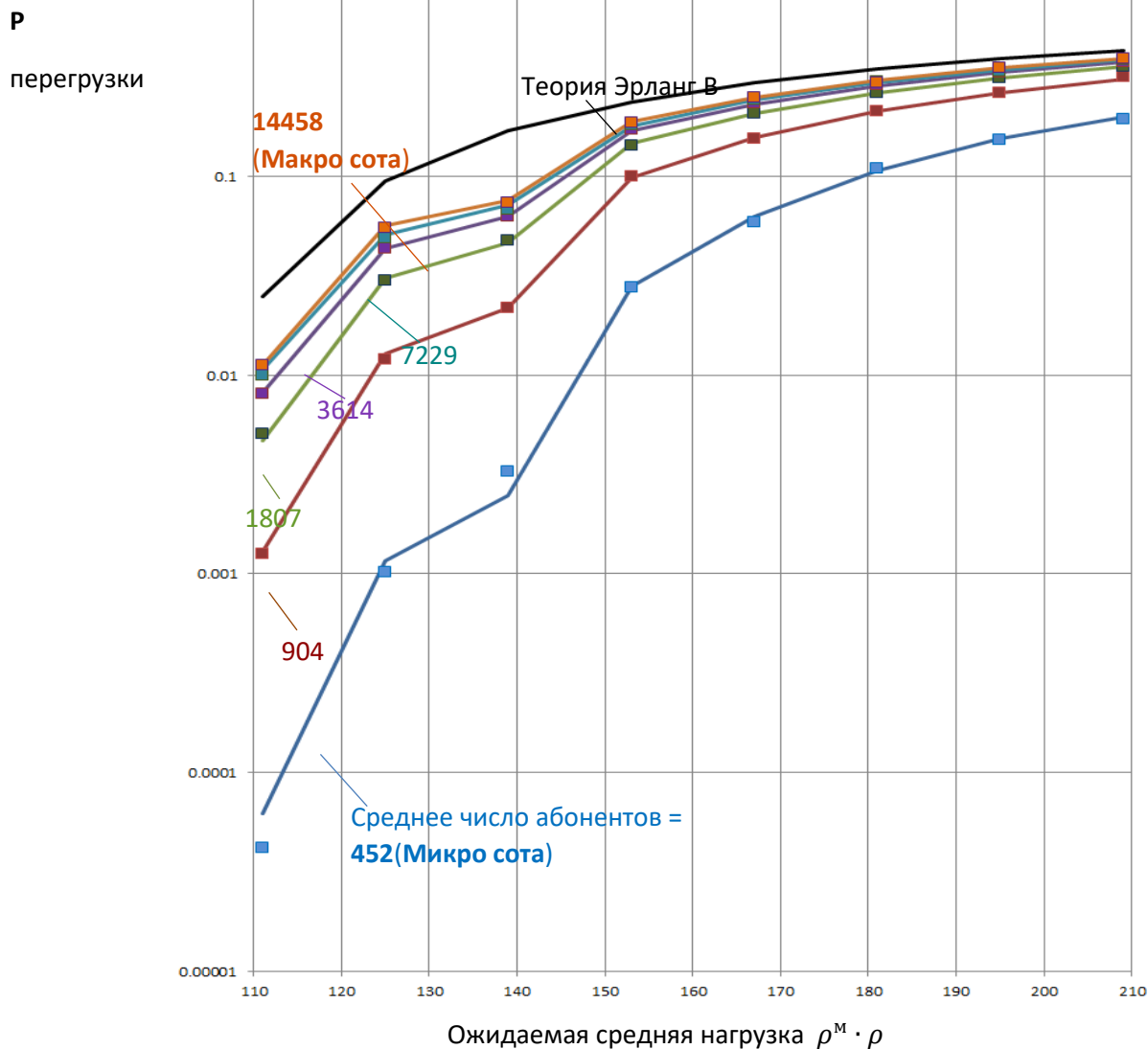


Рисунок 3.

### Вывод

Для моделирования работы абонентов в выделенной соте сети мобильных абонентов была предложена модификация технологии сетей Петри которая состоит в том, что самые динамичные процессы, связанные с потоками входа/выхода абонентов в/из соты моделировались путем точной имитации, с использованием привязываемых к фишкам полей «точных» моментов входа/выхода. В результате самые быстрые процессы были исключены из процедуры настройки временного шага моделирования. Вычислительная сложность обработки на шаге при этом возросла незначительно, а сам шаг удалось увеличить более, чем на порядок. В итоге скорость расчетов увеличилась 50-75 раз, и анализ работы сот удалось производить за приемлемое время на обычном персональном компьютере.

### Литература

1. Джеймс Питерсон. Теория сетей Петри и моделирование систем: Пер. с англ. – М.: Мир, 1984. – 264 с.
2. Пугачев В. С. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Физматлит, 2002. – 496 с.

