

СТАТИСТИЧЕСКИЙ КРИТЕРИЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ТRENDA ПРИБЫЛЬНОСТИ ИНВЕСТИЦИЙ В ИНФОКОММУНИКАЦИОННЫЕ СТРУКТУРЫ

Т.В. Тураева, доцент кафедры «Экономика связи» МТУСИ, к.т.н., repata@rambler.ru

УДК 519.226

Аннотация. В работе предложен статистический критерий для прогнозирования перелома тренда временного ряда, основанный на вычислении разности экстремальных отношений двух смежных выборок и последующей проверки гипотезы о принадлежности их к одной генеральной совокупности. Получены выражения для функции плотности, интегральной функции распределения вероятностей статистики и построены таблицы для практического применения критерия.

Ключевые слова: критерий; статистика; тренд; гипотеза; инвестиция; выборка.

STATISTICAL CRITERION TO PREDICT THE TREND OF THE INVESTMENT PROFITABILITY TO INFOCOMMUNICATION STRUCTURES

Tatiana Turaeva, associate professor of the "Communications economics" department, Ph.D.

Annotation. The article proposes a statistical criterion for predicting the fracture of the trend of the time series, based on the calculation of the difference between the extreme relations of two adjacent samples and the subsequent testing of the hypothesis of their belonging to the same population. Expressions for density function, integral probability distribution function of statistics are obtained and tables for practical application of the criterion are constructed.

Keywords: criterion; statistics; trend; hypothesis; investment; sample.

Инвестирование часто представляет собой непрерывный процесс финансирования определенных процессов или структур и с достаточной для практики точностью может быть представлен моделью в виде временных рядов. Для инвестора первостепенное значение имеет характер принимаемого решения [1-4] и, что часто даже более важно, его момент. Некоторой опорой для такого решения является анализ тренда развития процесса и возможность прогнозирования его перелома.

Многочисленные индикаторы перелома трендов [5, 6] помогают решить задачу прогнозирования, но имеют ряд недостатков:

- скользящие выборки, взятые из временных рядов, представляющих прошлые значения, сравнение которых дает сигнал о вероятном развороте тренда, должны иметь относительно большой объем, что приводит к чрезмерной задержке и прогноз при резком развороте тренда превращается в констатацию разворота;
- построение статистик для применения непараметрических критериев согласия связано, как правило, с построением гистограммы, громоздко и так же требует большого объема выборки.

Основной сигнал о возможном развороте тренда при анализе скользящих выборок из временного ряда – это проверка однородности выборок, так как нарушение ее чаще всего является следствием скрытых до поры глубинных процессов, проводящих к появлению нестационарности на данном отрезке временного ряда. Именно эта нестационарность часто является предвестником фундаментальных изменений процесса, которые наступают несколько позже [7].

В настоящей работе представлен чувствительный индикатор, основанный на критерии проверки гипотезы об однородности выборок, со статистикой, основанной на вычислении разности экстремальных отношений порядковых статистик в смежных выборках.

Согласно теореме [8], функция распределения наибольшего значения в случайной выборке объемом n при неограниченном увеличении объема выборки стремится к предельным распределениям всего трех типов, в зависимости от того, каким было распределение генеральной совокупности:

$$\begin{aligned} F_1(q) &= \begin{cases} 0 & \text{если } q \leq 0 \\ e^{-q^{-\alpha}} & \text{если } q > 0 \end{cases} \\ F_2(q) &= \begin{cases} e^{-(q)^{\alpha}} & \text{если } q \leq 0 \\ 1 & \text{если } q > 0 \end{cases} \\ F_3(q) &= \begin{cases} e^{-e^{-q}} & \end{cases} \end{aligned} \quad (1)$$

Согласно [9, 10] при симметричном распределении генеральной совокупности и в случае, когда распределение экстремальных значений относится ко второму и третьему типу предельных распределений [8], функция плотности распределения статистики экстремальных отношений в выборках имеет вид:

$$f_{1/k}(q) = \frac{kq^{k-1}}{(1+q^k)^2}, \quad (2)$$

Здесь, k – параметр объема выборки. При увеличении объема k может меняться различным образом – расти, снижаться, не меняться. Для большинства экономических задач и встречающихся в них распределений генеральной совокупности стоимостей – нормального, логнормального, логистического, с увеличением объема выборки k растет, поэтому можно ограничиться простой линейной моделью и принять $k=cn$, где c – константа, в тривиальном случае $c=1$.

Образовав статистику как частное от деления экстремального отношения одной выборки на экстремальное отношение другой, получим:

$$x = \frac{q_1(k)}{q_2(k)}, \quad (3)$$

где:

$$q(k) = \frac{U_{МАКС}(k)}{U_{МИН}(k)} \quad (4)$$

Выбор статистики в виде отношения экстремальных значений удобен тем, что не нужно нормировать выборочные значения.

Для построения критерия требуется найти интегральную функцию распределения предложенной статистики. Это делается в два этапа: вначале используем известную формулу для плотности частного от деления двух случайных величин:

$$f(x) = \int_0^{\infty} |z| f_{1/k}(x \cdot z) f_{1/k}(z) dz. \quad (5)$$

Интеграл (5) может быть вычислен в общем виде для значений k кратных 2^m . Так, для $k=2, 4, 8, 16 \dots 256$ получим:

$$f_{1/k}(x) = k^2 x^{k-1} \ln(x) \frac{x^k + 1}{(x^k - 1)^3} - 2k \frac{x^{k-1}}{(x^k - 1)^2} \quad (6)$$

Заметим, что при выводе аналогичной формулы в [10] допущена неточность в определении первого коэффициента в (6). Получить выражение для нечетных k не удастся,

однако это не имеет решающего значения, поскольку ограничение выборки величинами кратными 2^m вполне достаточно на практике.

Статистика в виде экстремального отношения в выборке хорошо зарекомендовала себя при построении системы прогнозирования изменений тренда процесса [7], однако неэффективна в задачах прогнозирования, требующих высокой чувствительности индикатора, т.е. в системах, где используется критерий Неймана-Пирсона. Чувствительность индикатора можно повысить, подобрав соответствующую статистику и правило принятия решения. Этим условиям отвечает статистика в виде разности экстремальных отношений двух выборок, называемой размахом:

$$q^* = q_1(k) - q_2(k) \quad (7)$$

В данном случае уместно говорить о размахе экстремальных отношений.

Алгоритм, реализующий данный критерий, похож на соответствующий алгоритм при использовании экстремального отношения:

В каждой из смежных выборок находим максимальное и минимальное значения, а затем делим их друг на друга, вычисляя это отношение для каждой из выборок, потом вычитаем одно значение из другого, получая разность экстремальных отношений. Это удобно еще и потому, что полученная величина не требует нормирования.

$$1. \text{ Вычисляем } x = \frac{q'_1(k)}{q'_2(k)} - \frac{q''_1(k)}{q''_2(k)}. \quad (8)$$

2. Для заданного уровня значимости и заданного k в табл. 1 находим критические значения статистики $x_{МАКС}$ и $x_{МИН}$ и проверяем выполнение неравенства

$$x_{МАКС} < x < x_{МИН}.$$

Если неравенство выполняется, то нулевая гипотеза, состоящая в том, что обе выборки взяты из одной генеральной совокупности, не отклоняется.

Для построения таблицы вероятностей правильного обнаружения проявлений нестационарности, сопровождающих с большой вероятностью перелома тренда, необходимо найти выражение для интегральной функции распределения статистики (разности экстремальных отношений), а для нее, в свою очередь, функцию плотности вероятностей. Воспользовавшись функцией плотности экстремального отношения [8], получим искомую функцию плотности с помощью известного выражения (свертки плотностей):

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{k(q)^{k-1}}{[1+(x)^k]^2} \cdot \frac{k(x+q)^{k-1}}{[1+(x+q)^k]^2} dq \approx \frac{k(1-x)^{k-1}}{3 \left[\frac{1}{\sqrt{5}} + (1-x)^k \right]^{\sqrt[4]{5}}} \quad (9)$$

Здесь стоит знак приближенного равенства, поскольку решение находится только в виде ряда, первым членом которого мы и ограничиваемся, и, воспользовавшись признаком Лейбница для сходящихся знакопеременных рядов, определим погрешность этого величиной не более 3%.

Семейство функций плотностей для различных k приведены на рис. 1.

Вычисление по выражению (9) интегральной функции распределения также может быть проведено с небольшой переходящей погрешностью:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(q) dq = \int_{-\infty}^x \frac{\frac{1}{\sqrt{3}} k(1-q)^{k-1}}{\left[\frac{1}{\sqrt{5}} + (1-q)^k \right]^{\sqrt[4]{5}}} dq = 1 - \frac{e}{4 \sqrt{(x+1)^k + \frac{\sqrt{5}}{5}}} \quad (10)$$

На рис. 1 показаны функции плотностей вероятностей статистики размахов экстремальных отношений, а на рис. 2 интегральные функции распределения для выборок различного объема – 64, 128 и 256.

Как видно, при увеличении объема выборки чувствительность индикатора резко повышается и уже при объемах более 100 становится запредельно высокой – значения различаемых по критерию статистик могут отличаться на единицы или даже доли процента. При таком малом объеме выборок построение гистограмм невозможно и предлагаемый метод является по существу единственным в подобных условиях.

Статистика в виде разности отношения экстремальных значений выборки удобна тем, что не требует построения вариационного ряда (нужно только найти максимальное и минимальное значения в выборке), не требует построения гистограммы, как в других непараметрических критериях.

Как показали испытания на временных рядах стоимости акций ОАО Ростелеком, разработанный критерий имеет чрезвычайно высокую чувствительность и достаточную мощность для использования в задаче обнаружения разворота тренда с заданной достоверностью.

Успешное обнаружение аномальных изменений во временных рядах во многом определяется удачным выбором статистики и критерия. Аномальные изменения можно трактовать как появление шума и сравнение двух смежных выборок свести к проверке гипотезы о значимом различии. При этом обнаружение аномалий будет тем точнее, чем больше различаются функции плотностей распределения генеральных совокупностей, из которых предположительно взяты две смежные выборки. Такую оптимизацию статистик проще всего проводить эмпирически и реализовать в виде некоторого функционального преобразования.

Анализ эффективности инвестиционных вложений в области инфокоммуникаций в течение 2014-2016 гг. [2, 11, 17-23], а также при строительстве Зенит-арены в Санкт-Петербурге [12-14] по котировке акций девелопера показывает, что прогнозирование перелома тренда этих процессов осуществляется с высокой эффективностью и начинает играть заметную роль, предоставляя инвесторам возможность оценки рисков. На рис. 3 показан пример применения рассматриваемого индикатора для прогнозирования цены фьючерсов на индекс РТС [10], когда отвергается гипотеза о принадлежности двух смежных выборок одной генеральной совокупности (отвергается гипотеза и стационарности процесса) и наблюдается последовавший за этим перелом тренда.

Потенциальный инвестор, получив сигнал о вероятном изменении тренда, должен был придерживаться осторожной стратегии [15, 16].

Таблица 1.

к	р		х	к	р		х	к	р		х
64	0,01	мин	-0,0004142	128	0,01	мин	-0,000207	256	0,01	мин	-0,00042
		макс	0,0004142			макс	0,000207			макс	0,00042
	0,05	мин	-0,0027991		0,05	мин	-0,00103		0,05	мин	-0,000512
		макс	0,0027991			макс	0,00103			макс	0,000512
	0,1	мин	-0,0041		0,1	мин	-0,002076		0,1	мин	-0,00103
		макс	0,0041			макс	0,00276			макс	0,00103

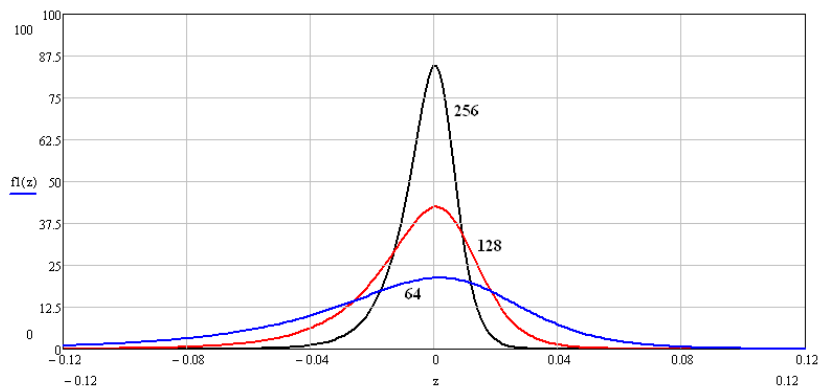


Рисунок 1

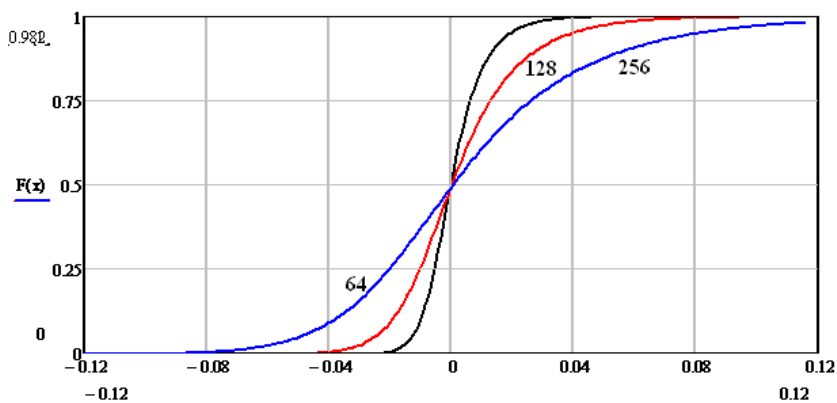


Рисунок 2



Рисунок 3

Литература

1. Володина Е.Е. Математическая модель инвестирования в новые телекоммуникационные технологии // Вестник Российской Академии естественных наук, 2009. – № 2.

2. Кузовкова Т. А., Кузовков Д. В., Кузовков А. Д. Экспертно-квалиметрический метод интегральной оценки эффективности инновационных проектов и применения новых технологий // Системы управления, связи и безопасности, 2016. – № 3.
3. Клесарева Е.Ю., Никольская Н.Н., Моисеева Т.Р. Специфика управления интегрированными коммуникациями инфокоммуникационного оператора на олигополистическом и монополистическом рынках // Технологии информационного общества X Международная отраслевая научно-техническая конференция: сборник трудов, 2016. – С. 314.
4. Кузовкова Т.А., Володина Е.Е., Кухаренко Е.Г. Экономика отрасли инфокоммуникаций. Учебное пособие для высших учебных заведений. – М.: Горячая линия – Телеком, 2014. – 190 с.
5. Мэрфи Джон Дж. Технический анализ фьючерсных рынков. Теория и практика. – М.: Сокол, 1996. – 592 с.
6. Ллойд Э., Ледерман У. Справочник по прикладной статистике. – Т. 1.2: Финансы и статистика, 1989. – Т. 1. – 510 с, – Т. 2. – 524 с.
7. Репинская Т.В. Прогнозирование суточного хода напряженности поля с применением осцилляторных методов технического анализа // Радиотехнические системы и устройства Депонировано в ЦНТИ "Информсвязь" 14.06.2003. – № 2229СВ2003.
8. Боярский Э.А. Порядковые статистики. М.: Статистика. 1972. – 117 с.
9. Гнеденко Б.В. «Ann. Math.», 1943. – v. 44. – № 3. – p. 423-453.
10. Репинская Т.В. Непараметрический критерий согласия на экстремальных статистиках // Электросвязь, 2004. – № 8.
11. URL <https://ru.investing.com/charts/futures-charts>
12. Пушкарская А. «Архитектура России» со ссылкой на «Коммерсантъ». 28 февраля 2006.
13. Цена в «Зените». Стадион в Петербурге снова подорожает // Газета «Коммерсантъ» – № 217 (4758). Архивировано 24 февраля 2012 года.
14. MarcoIaria. L'immobiliareJuve: dopolostadioeccolaContinassa (итал.). footballspa.gazzetta.it (7 August 2015).
15. Кузовков Д.В., Тураева Т.В.; под ред. Т.А. Кузовковой. Экономическая оценка эффективности инвестиций и инноваций в инфокоммуникациях. – М: Медиа Паблишер, 2013. – 249 с.
16. Салютин Т.Ю., Платонова Н.С. Проблема комплексного учета рисков при оценке эффективности инвестиционных проектов // в сборнике: Материалы XXXVIII конференции РАЕН «Мобильный бизнес: Перспективы развития и реализации систем радиосвязи в России и за рубежом». 2016. – С. 28-29.
17. Тураева Т.В. Изучение вопросов выбора оптимального варианта инвестиционного проекта многокритериальными методами в курсе дисциплины "экономическая оценка инвестиций // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт, 2011. – Т. 5. – № 12. – С. 114-115.
18. Тураева Т.В. Применение метода анализа иерархий при проведении технико-экономического обоснования разработки радиоэлектронных устройств // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт, 2009. – № S3. – С. 46-48.
19. Головин О., Репинская Т.В. возможности искусственной ионизации ионосферы в целях дальней радиосвязи // Научно-технические проблемы, 2003. – № 3. – С. 33.
20. Репинская Т.В. Непараметрический критерий согласия на экстремальных статистиках Электросвязь, 2004. – № 8. – С. 16.
21. Шаравова О.И. Рыночная среда инфокоммуникаций и отраслевая структура рынка // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2014. – Т. 8. – № 7. – С. 92-94.
22. Шаравова О.И. Проблемы оценки финансового положения виртуального предприятия // Экономика и качество систем связи, 2017. – № 1(3). – С. 16-24.

23. Кузовкова Т.А., Кузовков Д.В., Шаравова О.И. Обоснование комплексной оценки эффективности инфраструктурных проектов развития спутниковой связи // Экономика и качество систем связи, 2017. – № 2(4). – С. 8-14.